

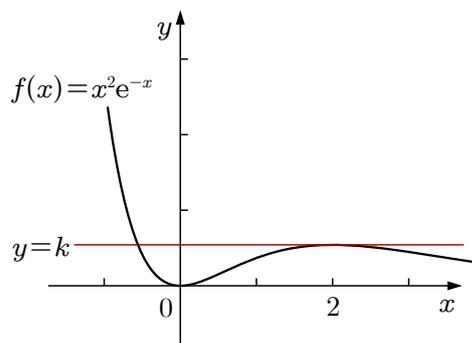
## 答疑记录

1. 已知函数  $f(x) = x^2e^{-x}$ , 若关于  $x$  的方程  $f(x) = k$  有唯一的实数根, 求  $k$  的取值范围。

解:  $f' = 2xe^{-x} - x^2e^{-x} = e^{-x}(2x - x^2) = -e^{-x}x(x - 2)$

令  $f' = 0$  得  $x_1 = 0, x_2 = 2$

据此画出函数示意图如下:



$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 4e^{-2}$$

$$f(x) = k \text{ 有唯一的实数根} \Leftrightarrow y = k \text{ 与图像有唯一的交点} \Leftrightarrow k > 4e^{-2}.$$

注解: 若  $k = 4e^{-2}$ , 则有两个实数根。

若  $0 < k < 4e^{-2}$ , 则有三个实数根。

若  $k = 0$ , 则有一个实数根。

若  $k < 0$ , 则没有实数根。